

Analyse du phénomène de lévitation du « Lévitron »

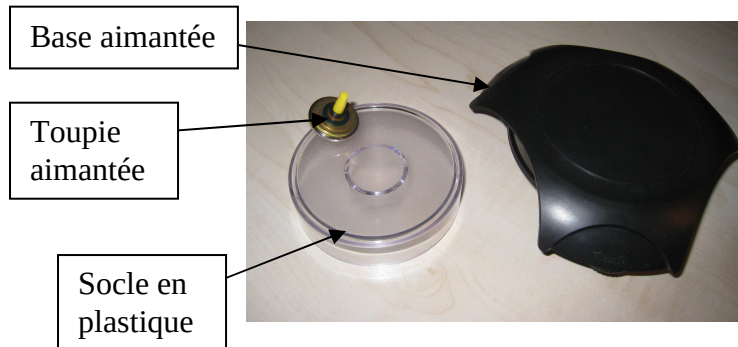
Introduction

Depuis des siècles, les plus grands physiciens se sont intéressés aux propriétés des champs électromagnétiques. On peut entre autres citer Lorentz, Faraday, Ampère, Gauss... Parlons du champ magnétique... En effet, prenez deux aimants, amusez-vous à les rapprocher en changeant leur sens : d'un côté, ils s'attirent, de l'autre, ils se repoussent ! Et avez-vous essayé de faire tenir l'un, verticalement, en lévitation par rapport à l'autre ? Est-ce possible de faire léviter un objet ?

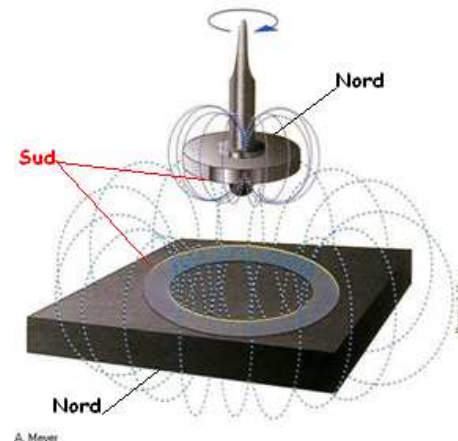
Bibliographie

- Sujet de Physique ULM 1999 filière MP
- *The Levitron : an adiabatic trap for spins*, by M.V. Berry (1996)
- *La physique de la vie quotidienne*, de François Graner Springer (énoncé 24) (2003)
- *Comment fonctionne le Levitron ?*, de William G. Hones
- Encyclopédie Universelle « Wikipédia »

Présentation de l'appareil :



Petit schéma explicatif...



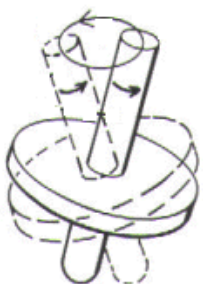
// Importance de la rotation de la toupie

Théorème d'Earnshaw (1842)

Un ensemble immobile de charges ne peut pas être maintenu en équilibre stable par des interactions d'ordres électrostatiques

Mouvement de précession

- Rotation $\Rightarrow$ stabilité sur Ox et Oy

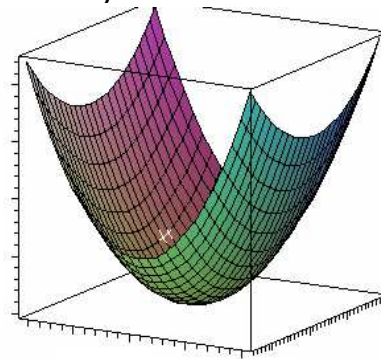


- Si $\Omega_{rotation}$ trop faible : instabilité !

Justification succincte

Stabilité $\Leftrightarrow$ puit de potentiel

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_p}{\partial \rho^2}(\rho_0, z_0), \frac{\partial^2 E_p}{\partial z^2}(\rho_0, z_0) > 0$$



$$\text{Or : } \Delta E_p = mg\Delta z + \mu\Delta B = 0$$

$$\text{Forcément : } \frac{\partial^2 E_p}{\partial \rho^2} \leq 0, \text{ ou } \frac{\partial^2 E_p}{\partial z^2} \leq 0$$

II/ Étude de la stabilité d'une toupie en rotation

On établit l'expression de l'énergie potentielle

$$\text{rot}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow \exists \phi / \vec{B} = -\vec{\text{grad}}(\phi)$$

$$\text{Or : } \phi(0, z) = \frac{\mu_0 M e}{2} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right) \quad \text{Donc : } B = \frac{\mu_0 M e}{2} \left(\frac{1}{a \left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{3/2}} + \frac{3\rho^2 \left(2 - 5 \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)}{8a^3 \left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{7/2}} \right)$$

$$E_p(\rho, z) = mgz + \frac{\mu A}{a \left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{3/2}} + \frac{3\mu A \rho^2 \left(2 - 5 \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)}{8a^3 \left(1 + \left(\frac{z}{a} \right)^2 \right)^{7/2}} \quad \text{Avec : } A = \frac{\mu_0 M e}{2}$$



On sait que les dérivées de E_p en la position d'équilibre s'annulent... D'où on obtient :

$$m \approx 29g \text{ et } z \approx 3,8cm$$



On peut obtenir E_p sous forme sans dimension...

$$E_0 = m_0 g a; m_0 = \frac{\mu A}{g a^2};$$

En posant :

$$\text{et : } E = \frac{E_p}{E_0}; M = \frac{m}{m_0}; Z = \frac{z}{a}; R = \frac{\rho}{a}$$

On obtient :

$$E(R, Z) = MZ + \frac{1}{(1 + Z^2)^{3/2}} + \frac{3R^2(2 - 5Z^2)}{8(1 + Z^2)^{7/2}}$$

Expérimentalement...

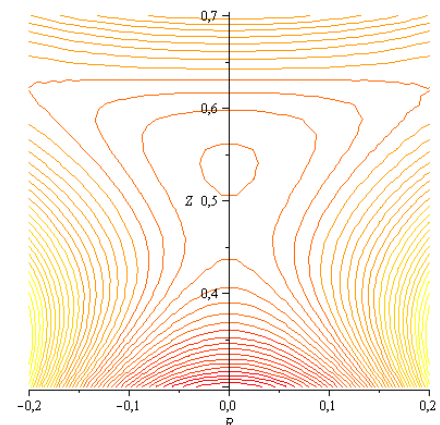
En notant M_+ , la masse ajoutée à la masse de la toupie vide ($M_{\text{vide}} = 20g$), pour $T=20^\circ$, je remarque que pour $M_+=7,4g$ la position d'équilibre est autour de $5,5cm$ au dessus du socle... J'ai réussi à la faire tenir une petite vingtaine de secondes...

III/ Étude graphique des positions d'équilibre

Graphes des équipotentiels pour $M=0.855$

Les lignes de champs étant perpendiculaires aux équipotentiels...

On trouve une position d'équilibre pour Z voisin de $0,53...$



En conclusion : Les résultats

expérimentaux sont en accord avec ceux obtenus théoriquement. La méthode graphique est intéressante, car assez visuelle, l'autre permet davantage d'exploiter les notions d'équilibre avec les dérivées...

Finalement, la lévitation est bien possible...