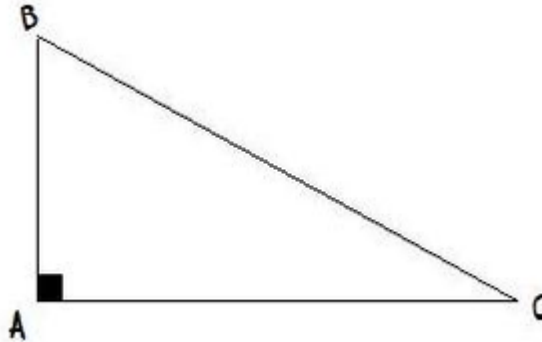


LE THÉORÈME DE PYTHAGORE ET SA RÉCIPROQUE

1 LE THÉORÈME DE PYTHAGORE

1.1 Dans quel cas l'utiliser ?



On utilise le théorème de Pythagore si :

1. on sait que le triangle ABC est rectangle
2. on connaît les valeurs pour deux des cotés de ABC
3. on demande de calculer la valeur du troisième coté de ABC

1.2 Énoncé du théorème

Remarque : on se place dans le cas d'un triangle comme ci-dessus.

Si ABC est un triangle rectangle en A, alors on a : $AB^2 + AC^2 = BC^2$

1.3 Méthode de rédaction sur un exemple

Le but de ce paragraphe est de donner une rédaction correcte utilisant le théorème de Pythagore. On se place toujours dans le cas de la figure ci-dessus.

On suppose que : $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm.

On demande de calculer AC .

On sait que le triangle ABC est rectangle en A et que : $AB = 6$ cm, $BC = 10$ cm.
Donc, **d'après le théorème de Pythagore**, on a :

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

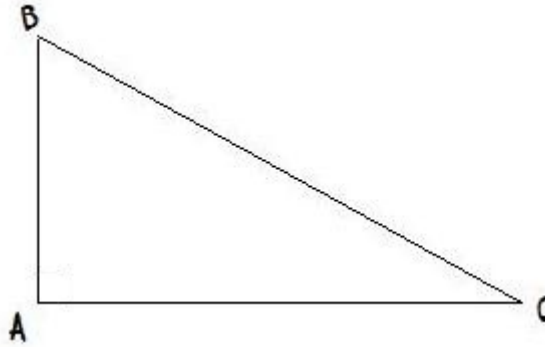
Donc :

$$\begin{aligned} AC^2 &= BC^2 - AB^2 \\ &= 10^2 - 6^2 \\ &= 100 - 36 \\ &= 64 \end{aligned}$$

D'où : $AC = \sqrt{64} = 8$ cm.

2 LA RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

2.1 Dans quel cas l'utiliser ?



On utilise la réciproque du théorème de Pythagore si :

1. on connaît les valeurs des trois cotés du triangle ABC
2. on demande de montrer que le triangle est rectangle

2.2 Énoncé de la réciproque du théorème

Remarque : on se place dans le cas d'un triangle comme ci-dessus.

Si dans le triangle ABC : $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors **ABC est rectangle en A.**

2.3 Méthode de rédaction sur un exemple

Le but de ce paragraphe est de donner une rédaction correcte utilisant la réciproque du théorème de Pythagore. On se place toujours dans le cas de la figure ci-dessus.

On suppose que : $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

On demande de montrer que ABC est rectangle.

On sait que : $AB = 9$ cm, $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

On calcule séparément :

$$BC^2 \text{ (car } BC \text{ est le plus long coté du triangle !)} \quad \text{et} \quad AC^2 + AB^2$$

On a :

$$BC^2 = 15^2 = 225$$

$$AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$$

On remarque donc que : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

Donc d'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle ABC est rectangle **en A.**

3 LA "NÉGATION" DU THÉORÈME DE PYTHAGORE

Il faut bien faire attention... La réciproque du théorème de Pythagore permet de montrer qu'un triangle est rectangle.

Seulement, il se peut que le triangle ne soit pas rectangle... Ce qui peut arriver lorsque la question est "Le triangle est-il rectangle?" (à différencier de "Montrer que le triangle est rectangle" ...).

En reprenant la démarche effectuée lors de la rédaction ci-dessus, on aura dans ce cas :

$$BC^2 \neq AB^2 + AC^2$$

Il suffit dans ce cas de conclure ainsi :

On remarque que $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$.
Donc, d'après **la négation du théorème de Pythagore**, le triangle **ABC n'est pas rectangle**.

Remarques :

1. **ATTENTION !!** Dans le cas où le triangle n'est pas rectangle, on ne peut pas conclure par la réciproque du théorème de Pythagore !
2. "négation" vient du fait que le triangle "n'est pas" rectangle. En fait, la négation du théorème n'est autre que le théorème lui-même...
En effet, on obtenait : $BC^2 \neq AB^2 + AC^2$.
Or, si le triangle était rectangle, par le théorème de Pythagore, on aurait : $BC^2 = AB^2 + AC^2$. Ce qui n'est pas le cas... Donc le triangle n'est pas rectangle. (on a bien juste utiliser le théorème de Pythagore dans ce cas...)
3. Par conséquent, au niveau de la rédaction dans le cadre ci-dessus, on peut soit marquer : "par la négation du théorème...", soit "par le théorème...".

Le plus important est de bien savoir de quoi l'on parle, et de bien comprendre que dans le cas où le triangle n'est pas rectangle, ce n'est pas la réciproque du théorème de Pythagore qu'il faut citer !